

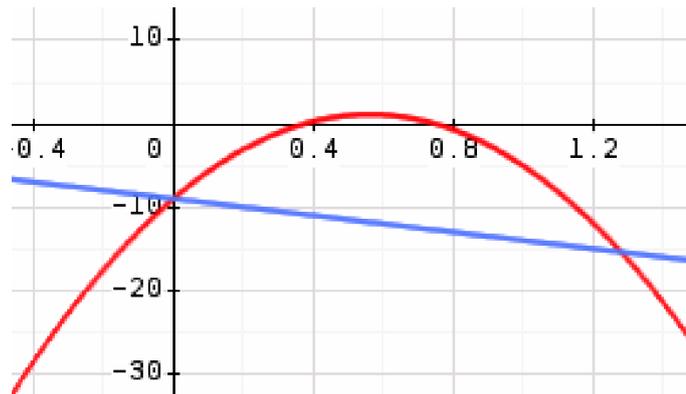
Corrigé

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = (-8x + 3)(4x - 3)$ et $g(x) = -5x - 9$.

On s'intéresse à l'équation $f(x) = g(x)$ et à l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

1) Méthode graphique.

a) Représentations graphiques des fonctions f et g .



b) Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g .

c) Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont 0 et $s \sim 1.3$.

d) Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe représentative de la fonction f qui sont au-dessus de la courbe représentative de la fonction g .

e) Graphiquement, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ est l'intervalle $[0; s]$ avec $s \sim 1.3$.

2) Méthode calculatoire

a) Montrons que l'équation $f(x) = g(x)$ est équivalente à l'équation $x(-32x + 41) = 0$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (-8x + 3)(4x - 3) = -5x - 9$$

$$\Leftrightarrow -8x \times 4x - 8x \times (-3) + 3 \times 4x + 3 \times (-3) = -5x - 9$$

$$\Leftrightarrow -32x^2 + 24x + 12x - 9 = -5x - 9$$

$$\Leftrightarrow -32x^2 + 36x - 9 + 5x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow -32x^2 + 41x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(-32x + 41) = 0$$

b) Déterminons l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x(-32x + 41) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -32x + 41 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -32x = -41$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 32x = 41$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{41}{32}$$

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ est $\{0; \frac{41}{32}\} = \{0; 1.28125\}$.

c) Montrons que l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ est équivalente à l'inéquation $x(-32x + 41) \geq 0$.

$$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow (-8x + 3)(4x - 3) \geq -5x - 9$$

$$\Leftrightarrow -8x \times 4x - 8x \times (-3) + 3 \times 4x + 3 \times (-3) \geq -5x - 9$$

$$\Leftrightarrow -32x^2 + 24x + 12x - 9 \geq -5x - 9$$

$$\Leftrightarrow -32x^2 + 36x - 9 + 5x + 9 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -32x^2 + 41x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x(-32x + 41) \geq 0$$

d) Dressons le tableau de signes de $x(-32x + 41)$.

On a $-32x + 41 \geq 0$ lorsque $-32x \geq -41$, soit $x \leq \frac{-41}{-32}$, soit $x \leq \frac{41}{32}$.

Par suite

x	$-\infty$	0	$\frac{41}{32}$	$+\infty$
x	-	0	+	+
$-32x + 41$	+	0	0	-
$x(-32x + 41)$	-	0	+	0

e) Déterminons l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

D'après le tableau de signes précédent

$$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow x(-32x + 41) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{41}{32}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ est $\left[0; \frac{41}{32}\right]$.